

La più bella delle teorie della fisica

Toute ma physique n'est autre chose que géométrie
[Cartesio]

*Sono l'unico uomo sulla terra e forse non c'è terra né uomo.
Forse un dio m'inganna.
Forse un dio mi ha condannato al tempo, quella lunga illusione.*²
[J.L. Borges, Cartesio]

C'è un tema in cui è minimo quell'indispensabile saldo positivo tra le mie conoscenze e ciò che insegno (o sta sul libro di testo), segno di una maggiore distanza tra la teoria e la mia preparazione.

Di quel tema, la più bella delle teorie della fisica³, ho cercato di raccogliere nelle pagine che seguono quelle conoscenze che, non appartenendo alla lezione in classe, mi pare debbano costituirne lo sfondo mentale e culturale.

Premessa: questioni note di un certo imbarazzo

La **prima questione** è inevitabile e il “prof” di terza, dopo aver esposto il primo principio della dinamica e aver mostrato come sia facile ragionare ancora in modo aristotelico, interroga lo studente⁴:

D.: *Che cos'è un sistema (assolutamente) inerziale?*

R.: È quel sistema in cui un corpo non soggetto a forze si muove esattamente di moto rettilineo uniforme.

D.: *Come faccio a sapere se un corpo non è soggetto a forze?*

R.: Perché si muove di moto rettilineo uniforme⁵.

Insomma il principio cardine della Rivoluzione scientifica, in maniera autoreferenziale, così reciterebbe:

Primo principio della dinamica:

«Ogni sistema inerziale si comporta da sistema inerziale»⁶.

¹ Docente di Matematica e Fisica al Liceo scientifico statale “G. Ferraris”.

² «*Soy el único hombre en la tierra y acaso no haya tierra ni hombre. Acaso un dios me engaña. Acaso un dios me ha condenado al tiempo, esa larga ilusión [...]*» (in J.L. Borges, *Tutte le opere*, A. Mondadori, Milano 1985, vol. II, pp. 1156-1157).

³ Così Lev Landau, fisico sovietico di spicco, descriveva la teoria della relatività generale. Landau, che era solito classificare tutto, aveva una sua personale classifica dei fisici ordinata da 0 (migliore) a 5 in scala logaritmica decimale. Nella classifica assegnava il primo posto al solo Einstein con 0.5, mentre classificava Newton e i padri fondatori della fisica quantistica a 1 (http://en.wikipedia.org/wiki/Lev_Landau).

⁴ L'interrogazione è immaginata più o meno in questa forma da Einstein ed è riportata da Caldirola, vol. 3, p. 299. Il “Caldirola”, tra quelli che conosco, è assolutamente il miglior testo liceale sulla relatività generale.

⁵ Per stabilire se un sistema è inerziale (cioè se vale il I principio) devo sapere con certezza: (1) quando la forza risultante su un corpo è nulla e (2) quando si muove di moto rettilineo uniforme. Il tutto naturalmente senza usare il I principio.

⁶ O ancora, come ironicamente recitava Arthur Eddington: «*Un corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme fino a quando non fa diversamente*» (cit. in Caldirola, vol. 1, p. 85).

Il primo principio di un sistema ipotetico-deduttivo, quale aspira ad essere la fisica da Newton, è tautologico: per il logico, una catastrofe!

Newton si rese conto perfettamente che il suo principio aveva senso solo se fondato sull'esistenza di un sistema di riferimento assoluto rispetto al quale stabilire cosa sono «*quiete e moto rettilineo uniforme*» (nel seguito: *mru*):

Primo principio della dinamica:

«Ogni corpo tende a mantenere il suo stato di *mru* rispetto alle stelle fisse se non intervengono forze esterne a modificarlo»

Il principio non vale infatti per tutti gli osservatori, ma solo per una classe di questi che a loro volta si trovano in *mru* rispetto alle stelle fisse: gli osservatori inerziali (*OI*).

Tutti gli *OI*, benché misurino velocità diverse per uno stesso corpo, sono concordi sui valori delle accelerazioni; nella fisica di Newton **le velocità sono relative** (al particolare *OI*), mentre **le accelerazioni sono assolute** (uguali per tutti gli *OI*)⁷.

Studiando il sistema solare, Galileo aveva fatto sorgere il dubbio che il moto circolare uniforme potesse assurgere a uno statuto simile a quello di *mru* e dunque essere anch'esso relativo e con esso anche l'accelerazione centripeta. Per convincersi del contrario Newton escogitò il celebre esperimento del secchio rotante pieno d'acqua⁸ e vanificò così le speranze galileiane (ma poi anche di Leibniz) di un'inerzia "circolare", eleggendo il *mru* ad unico *status* naturale, che non richiede "forze" e dunque è "relativo".

Nasce la "fisica del moto rettilineo uniforme", possibile in un mondo immune da dubbi sui significati oggettivi di uniformità della linea retta e di uniformità del tempo: a garantirli, per Newton, gli attributi divini di uno spazio e di un tempo "assoluti".

Il **secondo luogo** di imbarazzo è il fatto che l'accelerazione di gravità sia uguale per tutti gli oggetti. La consuetudine di usare il termine *massa* per due concetti fisici affatto diversi è rivelatrice della questione. Ma come è possibile che non esista alcun modo di percepire o misurare la gravità se siamo in caduta libera – come nell'astronave a motori spenti? Non è forse vero che una carica in caduta libera in un campo elettrico invece "sente" ancora il campo⁹?

Almeno un **terzo imbarazzo** sfugge in terza liceo: se la luce è una vibrazione del campo elettromagnetico che si propaga nello spazio vuoto, perché se in quello spazio è presente una massa non segue una linea retta¹⁰? Che cosa è la retta tra due punti quando passa vicino a una massa? Che cosa è una retta¹¹?

⁷ Una velocità non richiede una forza. Non così una accelerazione e le forze sono considerate assolutamente riconoscibili (dagli *OI*).

⁸ Solo quando l'acqua ruota (per Newton rispetto allo spazio assoluto) si manifesta la forza centrifuga e avviene la deformazione della sua superficie. Per Newton l'inerzia è la prova dello spazio assoluto (Newton I., *The mathematical Principles of Natural Philosophy*, Daniel Adee, New York 1846, p. 81).

⁹ Basta dividere la sua accelerazione per la sua carica specifica.

¹⁰ Per Newton, che prevede il fatto, era semplice spiegarlo con la corpuscolarità della luce e provarlo con il fenomeno della diffrazione. Pierre Simon Laplace (*L'esposizione del sistema del mondo*, Parigi 1793) calcolò con la meccanica newtoniana massa e densità di un corpo celeste che non consentirebbero alla luce di lasciare la sua superficie. Il primo esperimento moderno fu condotto da Arthur S. Eddington che nel 1919 durante un'eclissi totale di Sole fotografò la luce di stelle piegata dalla gravità solare. Le equazioni del campo elettromagnetico, che dovrebbero esaurire la descrizione del fenomeno luminoso, non spiegano il fenomeno.

¹¹ La questione si estende anche al *tempo*: cosa è un moto *uniforme*? uniforme rispetto a cosa?

La teoria speciale della relatività, intervenendo sulla nozione di simultaneità – e per conseguenza sia sulle unità di spazio e tempo sia sul significato di energia e quantità di moto – non tocca tuttavia l’uniformità spaziale e temporale. Ma la teoria speciale si limita a osservatori inerziali, cioè presuppone proprio quella uniformità! Ed inoltre esclude la gravitazione. Proprio queste limitazioni lasciavano insoddisfatto Einstein nel 1906.

Alla ricerca dello spazio assoluto

Nei *Principia* Newton concepì una prima forma del futuro *principio di equivalenza*: “gravità” e “inerzia” di un corpo sono direttamente proporzionali. Se usiamo le stesse unità di misura, sono uguali. Pur tuttavia in ogni contesto specifico sarebbe possibile separare in modo assoluto quanto sia il contributo di ciascuna alla forza risultante sul corpo.

Ciò è consentito dall’assunzione dell’esistenza di uno spazio assoluto, provata, almeno rispetto alle accelerazioni, dal citato esperimento del secchio d’acqua rotante¹².

Ma per Ernst Mach, fisico e filosofo della scienza austriaco che si assume il compito di eliminare ogni residuo metafisico dalla meccanica, l’esperimento non è conclusivo. Per escludere che sia un effetto della rotazione dell’acqua rispetto alle stelle fisse dovremmo osservare l’acqua a secchio “fermo” e far ruotare intorno ad esso le stelle fisse:

«Si cerchi di tener fermo il vaso newtoniano, di far ruotare il cielo delle stelle e di verificare l’assenza di forze centrifughe»¹³.

Il fatto è che Newton non accettò che le stelle fisse potessero non essere “fisse”. La stessa questione può essere vista nel modo seguente¹⁴.

Si prendano due masse sferiche fluide ferme una rispetto all’altra e rispetto alle stelle fisse (fig. *a*), quindi si metta in rotazione una di esse (fig. *b*): questa si deformerà a causa delle forze centrifughe. Ma se ora mettessimo in rotazione il cielo delle stelle con la stessa velocità angolare (fig. *c*), la prima sfera dovrebbe tornare sferica e la seconda dovrebbe divenire un’ellissoide. Il fatto è che ***non abbiamo nessun modo per stabilire quale delle due sfere stia ruotando, se non rispetto alle stelle***. Non esiste lo spazio assoluto nemmeno rispetto

¹² Newton (1642-1727) postula l’esistenza di uno spazio ontologico assoluto, metafisico: non è una scelta universalmente condivisa. Diversamente da lui Leibniz (1646-1716), in una celebre disputa con il newtoniano Clarke (1675-1729), ritiene lo spazio solo un sistema di relazioni, un ordine delle coesistenze privo di valore ontologico. Cerca di dimostrare che la gravità non è uno strano genere di “forza che agisce a distanza”, ma è riducibile all’azione dell’etere circostante, e soprattutto tenta di ridurla a una forza centrifuga. Di fronte alle argomentazioni dinamiche (l’acqua nel secchio rotante risale ai bordi se e solo se *essa* è in rotazione rispetto allo spazio assoluto delle stelle “fisse”) ammette in un secondo tempo l’esistenza di un moto assoluto. Salvo poi, dopo una corrispondenza con Huygens (1629-1695), tornare del suo primo parere e assegnare al moto circolare un ruolo simile a quello del moto rettilineo uniforme. Qualcosa di simile era nello sfondo del pensiero di Galileo (1564-1642), mentre l’idea meccanicistica di un etere che trascina naturalmente i corpi era già di Cartesio (1596-1650). Berkeley (1685-1753) intuirà che il moto circolare è relativo alle stelle fisse, ma occorre attendere Mach (1838-1916), che ritenendo lo spazio assoluto una mostruosità concettuale, ridurrà tutte le forze centrifughe a un’azione mascherata della gravità. Non conosciamo la dimostrazione di Leibniz sulla relatività del moto circolare. Quella di Huygens fu ritrovata nel 1920 ed è da considerare falsa. Secondo Max Jammer, Huygens «*fu il primo fisico che credette, duecento anni prima della moderna relatività, nella validità esclusiva di un principio cinematico [di] relatività dinamica*» (Jammer, p. 118 e, più in generale, pp. 92-118). Né le critiche di Leibniz né quelle di Huygens impedirono la completa accettazione della meccanica newtoniana.

¹³ Mach, p. 246.

¹⁴ Cfr. Bruno Bertotti, *Mach e la gravitazione*, in *Conferenze di fisica*, vol. II, pp.87-98. La figura è tratta da p. 90.

alle rotazioni: abbiamo solo il sistema di riferimento delle stelle. Come nel moto rettilineo uniforme¹⁵.

Del resto, riconoscere lo stato assoluto di un moto circolare uniforme va incontro a paradossi come il seguente.

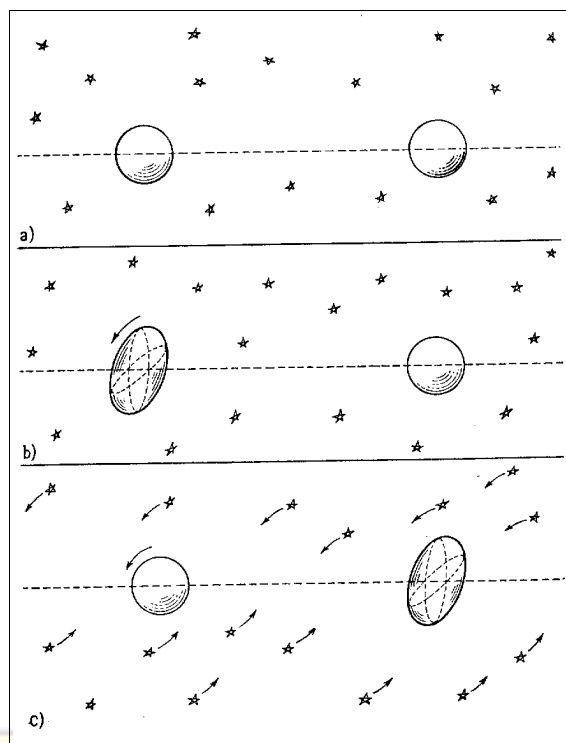
Se sparo un proiettile tangenzialmente dal bordo di una piattaforma circolare ferma e questa si mette a girare in modo uniforme, un piccolo proiettile che si allontana indefinitamente avrebbe modificato in maniera radicale e permanente la dinamica locale: dal momento in cui l'ho sparato, e per sempre, se voglio tenere fermo un oggetto devo applicare una forza (centripeta) per vincere la forza centrifuga.

Rifiutando l'idea di spazio assoluto, Mach fa risalire la causa delle forze inerziali ad una nuova interazione con le masse distanti dell'Universo. Nega così l'inerzia come proprietà del corpo (che richiede lo spazio assoluto): l'acqua rotante in uno spazio infinito vuoto manterrebbe la sua superficie piana. Nella medesima situazione verrebbe anche a mancare l'inerzia di un corpo rispetto a una forza che agisca lungo una retta: senza stelle fisse potremmo disinstallare gli airbag delle auto?

Le forze inerziali diventano per Mach una manifestazione secondaria della gravitazione¹⁶, una *legge dell'induzione inerziale* dipendente dall'accelerazione e dotata di raggio d'azione maggiore di quello della legge "statica" gravitazionale di Newton. Dennis Sciama dimostra¹⁷, con una dimostrazione impossibile ai tempi di Mach, come occorra una dipendenza dall'inverso della distanza alla prima potenza che quindi avrebbe la forma $F \propto \frac{m_1 m_2}{r} a$; in tal modo la nuova interazione sarebbe, a breve raggio, trascurabile rispetto all'interazione statica, per divenire dominante con le stelle distanti.

Se per Mach l'inerzia è un effetto "lontano" della gravitazione, per Einstein la gravitazione è ormai diventata un "modo" dell'inerzia, o meglio entrambe diventano un prodotto della geometria dello spaziotempo¹⁸: se invece di identificare le *traiettorie spaziotemporali naturali* (nel seguito: *t.n.*) con i moti rettilinei uniformi (indefinibili) si utilizzano i moti di caduta libera (facilmente riproducibili), ogni deviazione da questi stati presenta un'inerzia che abbiamo sempre chiamato *gravità*.

«Si vede così che la sensazione di peso non viene avvertita quando rispondiamo liberamente alla forza di gravità; la si prova soltanto quando interviene qualche cosa che impedisce la nostra caduta. Sono innanzitutto il pavimento o la sedia che



¹⁵ Salvo che, rispetto al Seicento, oggi le stelle fisse si sono "messe in movimento".

¹⁶ La materia possiede inerzia solo in quanto c'è altra materia nell'universo, o, in altre parole, le forze inerziali hanno la loro sorgente nelle stelle fisse (*principio di Mach*).

¹⁷ Bella disamina di Dennis Sciama nel suo breve testo divulgativo *La relatività generale* (cfr. pp. 32-44).

¹⁸ Nuovo capitolo del dilemma tra una fisica, cartesiana, capitolo della geometria o, viceversa, una geometria generata dalla fisica (Newton e, diversamente e in un senso più profondo, Gauss e Einstein).

provocano la sensazione di peso impedendo la nostra caduta. Sembra del tutto vera l'affermazione che non sentiamo mai la forza di gravità della Terra; ciò che sentiamo è il bombardamento delle molecole del terreno sulle soles delle nostre scarpe, e i conseguenti impulsi verso l'alto che si irradiano attraverso il nostro corpo¹⁹».

Il principio di equivalenza

Nel 1907 Einstein iniziò a riflettere su un principio di equivalenza (“debole” o newtoniano) basandosi sul celeberrimo esperimento mentale dell'ascensore²⁰ e nel 1916 definì il suo *principio di equivalenza*.

Versioni del principio di equivalenza debole:

«In assenza di attrito tutti i corpi cadono con la stessa accelerazione» (Galileo)

«Massa inerziale e massa gravitazionale sono uguali» (Newton)

Versioni del principio di equivalenza forte (Einstein²¹):

«In una regione spaziotemporale sufficientemente piccola esiste sempre un sistema di riferimento in cui non c'è gravità».

«In una regione spaziotemporale sufficientemente piccola gravità e accelerazione sono indistinguibili»

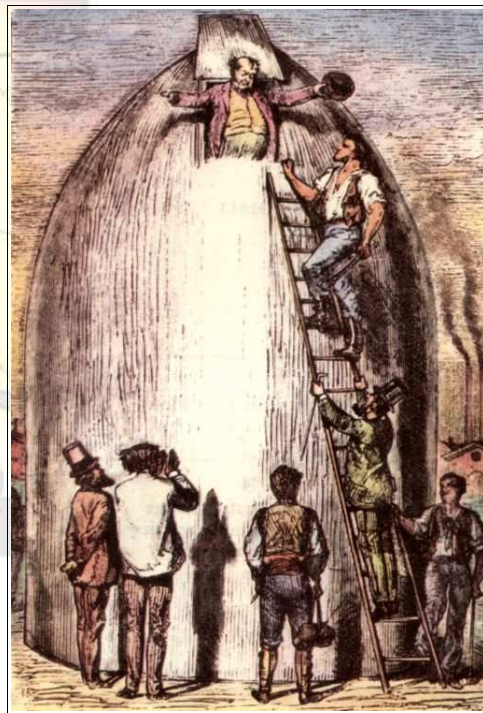
«Le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento».

È un'altra spallata al programma meccanicistico della fisica di inizio Ottocento²².

Ciò che accade nell'ascensore di Einstein è ciò che provano gli astronauti di Jules Verne dentro il proiettile sparato dalla Terra alla Luna.

«Ma quel giorno, verso le undici del mattino, Nicholl si fece scappare un bicchiere di mano e il bicchiere, invece di cadere, rimase sospeso nell'aria.²³»

Nell'ascensore, come nel proiettile e come sempre e ovunque sulla Terra, non si percepisce la gravità ma solo la forza che agisce sui nostri piedi (opposta alla somma newtoniana di gravità e inerzia).



¹⁹ Eddington, pp. 89-90. L'opera è un capolavoro della divulgazione della relatività generale, notevole poi se si pensa che è del 1920. Secondo un aneddoto famoso, nel 1919 Eddington sarebbe stato una delle tre persone al mondo a capire la relatività (cit. nell'articolo di Patrizia Caraveo, Corriere della Sera, 24/4/94, http://archiviostorico.corriere.it/1994/aprile/24/Sir_Eddington_genio_che_fece_co_0_9404241206.shtml)

²⁰ In un ascensore chiuso non ho alcun modo per distinguere inerzia e gravità che agiscono su un corpo.

²¹ Il 2 dicembre 1915 Einstein pubblicava il suo articolo sulla teoria. Due mesi dopo Ernst Mach moriva a 78 anni. Sulla priorità della scoperta sorse subito una disputa tra Einstein e il grande matematico David Hilbert che sostenne di aver presentato il suo lavoro 5 giorni prima del collega.

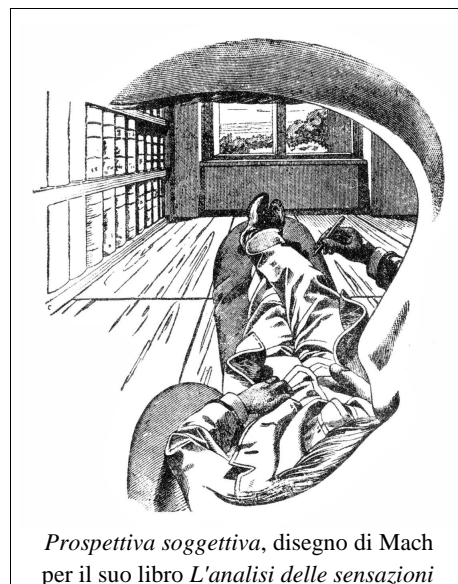
²² Nel programma meccanicistico di ispirazione cartesiana approdato all'Ottocento abbiamo *due campi di forze* (azioni a distanza), quella elettrica e quella gravitazionale, e *un apparato*, la meccanica, che ne studia gli effetti usando un generico concetto di forza. Non c'è simmetria tra i due campi: le sorgenti elettriche non hanno alcun ruolo in meccanica, mentre quelle gravitazionali coincidono con l'inerzia. Per conseguenza le accelerazioni di due cariche diverse in uno stesso campo elettrico sono in generale diverse e per vedere se

I valori assunti dall'accelerazione locale²⁴ di gravità g sono il risultato del contributo gravitazionale e di quello centrifugo e non serve distinguerli a nessun livello di precisione.

È dunque sempre possibile scegliere un sistema di riferimento che elimini le forze inerziali lasciando le gravitazionali; ma è anche sempre possibile scegliere un sistema di riferimento che elimini le forze gravitazionali lasciando le inerziali: se questa è una caratteristica delle forze apparenti, allora la gravitazione lo è.

Usando le parole di Carlo Rovelli²⁵, se l'universo del Settecento è costituito da **spazio + particelle** (con l'ingrediente di misteriose azioni a distanza) e quello dell'Ottocento da **spazio + particelle + campo elettrico + campo gravitazionale**, con Einstein e il primo Novecento l'universo è popolato solo da **particelle + campi**²⁶. Lo spazio vuoto, questo misterioso e millenario rompicapo di filosofi e fisici, esce aristotelicamente di scena: **il campo gravitazionale è lo spazio vuoto**.

«Ma a differenza dello spazio di Newton che è piatto e fisso, il campo gravitazionale è una cosa che si muove, soggetta ad equazioni. Siccome per descrivere lo spazio si usa la geometria, vuol dire che la giusta descrizione del campo gravitazionale è la geometria, e siccome i campi (le linee di Faraday) si possono storcere, curvare e oscillare, allora lo spazio è una geometria che si curva. Più precisamente, lo spazio-tempo è una geometria a quattro dimensioni curva. La Terra non segue una curva intorno al sole: la Terra corre dritta in uno spazio che si incurva intorno al Sole, come una pallina che corra sulla superficie di un imbuto, che ritorna allo stesso punto dopo un giro perché si muove su una superficie curva»²⁷.



Prospettiva soggettiva, disegno di Mach per il suo libro *L'analisi delle sensazioni*

c'è un campo elettrico posso osservare cariche diverse. Le accelerazioni di due masse diverse nello stesso campo gravitazionale sono invece uguali ed è inutile osservare masse diverse per decidere se esiste un campo gravitazionale (non possiamo sapere da osservazioni locali se il nostro universo sta "cadendo" liberamente attratto da un universo lontano e non visibile). Sulla crisi del meccanicismo ottocentesco e sulla fisica del Novecento si veda il capolavoro di divulgazione di Einstein e Infeld, *L'evoluzione della fisica*, Boringhieri, Torino 1965.

²³ Jules Verne, *Intorno alla Luna*, Mursia, Milano 1984, p. 80. Nel suo racconto, che è il prosieguo di *Dalla Terra alla Luna* del 1865, Verne commette l'errore di ritenere che i corpi non abbiano peso solo nel "punto morto" dove le due gravità si annullano. Ma noi, ex adolescenti appassionati alle sue storie, lo abbiamo perdonato.

²⁴ Riportati nel Decreto Ministeriale 19/5/99 (G.U. serie generale, n. 131 del 7/6/99) per la loro importanza nella realizzazione di bilance di precisione.

²⁵ Rovelli, pp. 219-232. Carlo Rovelli è un fisico italiano emigrato prima negli USA e poi in Francia (Università di Marsiglia). E' tra i promotori della teoria della *gravitazione quantistica a loop*, candidata alla sintesi di relatività e meccanica quantistica. Dell'intero articolo (pp. 211-255), assolutamente divulgativo, mi pare un piccolo capolavoro l'introduzione, *L'ignoranza (quello che non sappiamo)*, pp. 211-218.

²⁶ Nel numero di quattro, unificabili ad energie sufficientemente elevate.

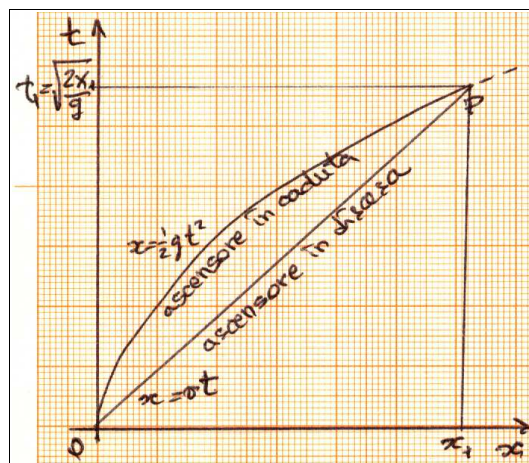
²⁷ Rovelli, p. 229.

Traiettorie naturali e geodetiche

L'eliminazione della gravitazione come forza assoluta cambia le *t.n.*, le linee (di universo) che nello spaziotempo (*s-t*) descrivono il moto di un corpo non soggetto a forze.

Nella meccanica newtoniana - dove le *t.n.* sono linee rette nello *s-t*, cioè moti rettilinei uniformi - occorre trovare una forza tutte le volte che avviene una deviazione da questi stati²⁸.

In figura è rappresentata la discesa di un ascensore improbabile alla stessa velocità media di un altro identico in caduta: nella meccanica di Newton la deviazione della parabola dalla retta è spiegata dalla gravità.



Nella meccanica relativistica le *t.n.* sono le “linee di caduta libera” come la parabola $x = \frac{1}{2} gt^2$ della caduta dell'ascensore vista nella sola dimensione spaziale *x*. La retta che congiunge gli eventi *O* e *P* richiede invece una forza continuamente agente: la deviazione dalla *t.n.* di caduta libera di un ascensore in discesa normale è prodotta dall'azione costante della forza di una fune.

Nel caso semplice della sola proiezione spaziale tridimensionale ordinaria, in presenza di una sola massa a simmetria sferica le *t.n.* sono sezioni coniche con il fuoco nel baricentro della massa.

Scopo della teoria è descrivere le *t.n.* nello *s-t*. Esse sono correlate alla misura della *distanza generalizzata* o **intervallo** Δs^2 tra due eventi, già introdotta dalla teoria della relatività speciale²⁹, laddove, in assenza di masse, tra due eventi *O* e *P*:

$$\Delta s^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$$

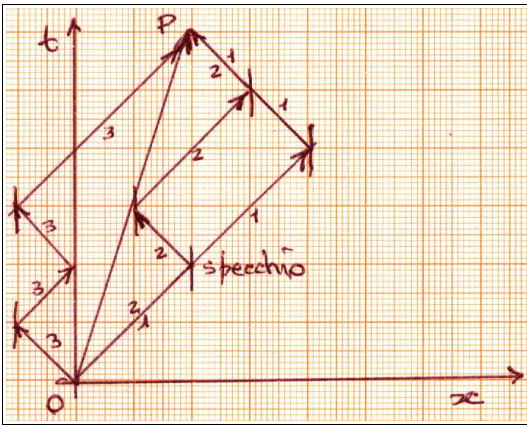
Questo intervallo è una proprietà della coppia (*O*, *P*): è la distanza nella geometria pseudoeuclidea del piano e non va confuso con la lunghezza (euclidea, pitagorica) di una delle traiettorie disegnate, lunghezza che peraltro non ha alcun significato fisico. Viceversa il significato fisico dell'intervallo è quello di essere l'invariante in relatività speciale per tutti gli osservatori inerziali.

Ma ora dobbiamo prendere in considerazione anche traiettorie non rettilinee (qualunque cosa questo significhi), cioè traiettorie qualsiasi.

Una traiettoria qualsiasi può essere suddivisa da un gran numero di punti sufficientemente vicini da poter calcolare le loro distanze usando l'intervallo. Si tratta di intervalli infinitesimi $ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ su cui tutti gli osservatori (ex-inerziali e non) concordano. L'intervallo Δs^2 lungo una traiettoria risulta dalla somma di tutti i *ds* e dunque anche su questo vi sarà accordo tra gli osservatori.

²⁸ Ma solo per osservatori inerziali: è questo il limite della relatività galileiana. E al prezzo che siano ben definiti i concetti di retta nello spazio e nel tempo (l'uniformità spaziale e temporale): questione senza soluzione.

²⁹ Uso la consueta notazione in cui il tempo è misurato in secondi-luce, la velocità della luce $c = 1$ e Δs^2 è positivo quando il secondo evento *P* è nel futuro del primo *O*.



Così tutti saranno d'accordo sulla traiettoria con Δs^2 minimo, se ne esiste una, o massimo, se ne esiste una, tra O e P . Tali traiettorie, se esistono, devono avere un significato fisico particolare.

Nella relatività speciale si impara che l'intervallo calcolato lungo le $t.n.$ (rette) non è il più breve: l'intervallo più breve è quello di infiniti possibili percorsi di luce da O a P , come (1), (2) e (3) in figura. L'intervallo della $t.n.$ (retta) è in realtà quello più lungo³⁰. Infatti Δs_{OP} coincide con il tempo proprio Δt_0 , misurato dall'orologio dell'osservatore in moto

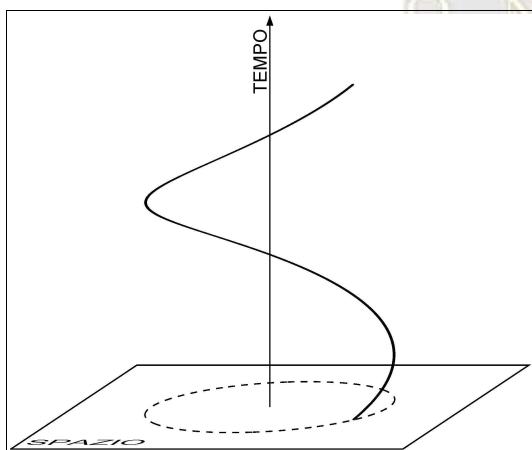
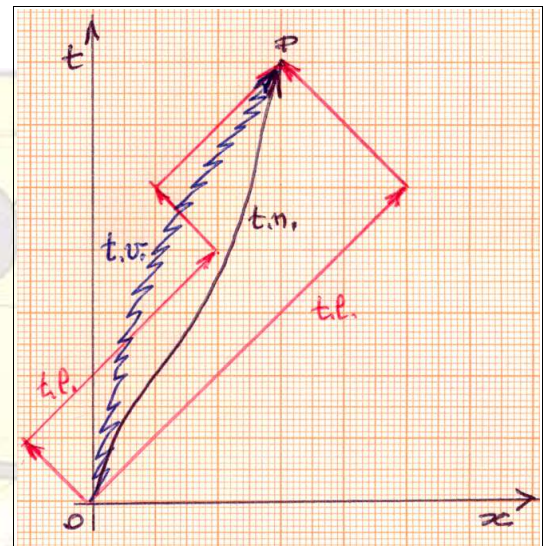
rettilineo uniforme che vede sia O che P ³¹.

Poiché la relatività speciale è un caso limite della teoria generale, valido a distanza sufficientemente grande da "masse", l'intervallo più lungo è il miglior candidato a rappresentare il carattere delle nuove $t.n.$ L'idea si dimostra corretta³²:

La $t.n.$ da un evento O a un evento P è la traiettoria di intervallo massimo (*geodetica*).

Nella particolare geometria dello $s-t$, tale percorso massimo è unico: non sarebbe unico invece il percorso a distanza minima (nulla), seguito da impulsi luminosi.

In figura il percorso nero è la $t.n.$ tra O e P e dunque ha Δs massimo. L'osservatore $t.v.$ (traiettoria vincolata, soggetta a forze come quella del pavimento che deviano dalle $t.n.$) ha Δs minore ma sempre positivo, mentre i percorsi $t.l.$ sono due tra i possibili percorsi di impulsi luminosi con $\Delta s = 0$.



In figura: la geodetica che rappresenta, in due dimensioni spaziali (il piano dell'eclittica) e in quella temporale, la rivoluzione terrestre intorno al Sole. La geodetica è la curva di lunghezza massima per andare dal punto inferiore (Varese, 25-mar-2012) al superiore (Varese, 25-mar-2013).

Lo studio della gravitazione coincide con quello della geometria più idonea a descrivere gli effetti delle masse sullo $s-t$ (la curvatura dello $s-t$) e con la ricerca delle geodetiche in quello $s-t$.

³⁰ Consideriamo P nel futuro di O , cosicché $ds^2 > 0$.

³¹ La durata propria di un evento è la massima misura di quella durata: tutti gli altri osservatori misurano durate minori.

³² L'intervallo tra O e P è limitato superiormente poiché $\Delta s^2 \leq \Delta t^2 \leq \Delta t_0^2$, continuando ad assumere P nel futuro di O . L'osservatore che va da O a P seguendo la $t.n.$ continua a misurare il tempo proprio massimo tra i due eventi. Tutti gli altri osservatori hanno tempi propri Δt , e dunque Δs , minori.

«La Relatività Ristretta presuppone già l'esistenza di uno s-t: non va a toccarlo, a modificarlo. Tutti gli eventi hanno luogo all'interno dello s-t così com'è, e cambia solo il modo di vederli da parte di osservatori in moto relativo l'uno rispetto all'altro. Un osservatore misura distanze spaziali e temporali che hanno un certo valore, l'altro osservatore misura valori diversi sia di spazio che di tempo, ma entrambi hanno ragione in senso stretto, poiché la velocità relativa, unita alla finitezza e costanza della velocità della luce, rende diversi e relativi i loro punti di vista. Non esistendo però alcunché di assoluto, i punti di vista relativi sono tutto quello che si può avere e dunque ciascuno ha pieno diritto al suo proprio. Tanto più che i due osservatori, se lo desiderano, hanno la possibilità di mettersi d'accordo ricorrendo al famoso teorema di Pitagora in quattro dimensioni, con il segno negativo per quanto riguarda il quadrato del cateto temporale. La Relatività Generale, invece fa qualcosa in più. Si potrebbe dire che agisce attivamente sulla struttura stessa dello s-t nel momento in cui le impone una curvatura. Se lo s-t rappresenta una sorta di ragnatela, di traliccio (anche temporale) che scandisce punto per punto l'intero universo, la Relatività Generale non si contenta di prenderne atto e di farci passare attraverso gli oggetti secondo le direttrici già esistenti, ma si impadronisce del traliccio e lo deforma.³³»

La correlazione della curvatura dello s-t con la distribuzione delle masse è realizzata dalla più elegante costruzione di Einstein: la sua equazione.

$$[\text{Curvatura dello } s-t] = G \cdot [\text{Densità di materia nello } s-t]$$

I due termini tra parentesi quadre sono enti matematici chiamati *tensori* che erano usati dai matematici da 15 anni³⁴.

Qui termina il percorso praticabile da una matematica elementare. Occorre limitarsi ad alcune considerazioni sull'equazione di Einstein basate fondamentalmente su analogie.

Gli intervalli contengono l'informazione della curvatura

La conoscenza degli intervalli consente di riconoscere la curvatura in ogni punto e di costruire il primo membro dell'equazione. Sembrerebbe impossibile riconoscere la curvatura dello s-t restando dentro lo s-t, eppure si può fare utilizzando una proprietà della geometria sferica³⁵:

L'area S di un triangolo sferico è pari all'eccesso sferico Δ per il quadrato del raggio r :
 $S = r^2 \Delta$

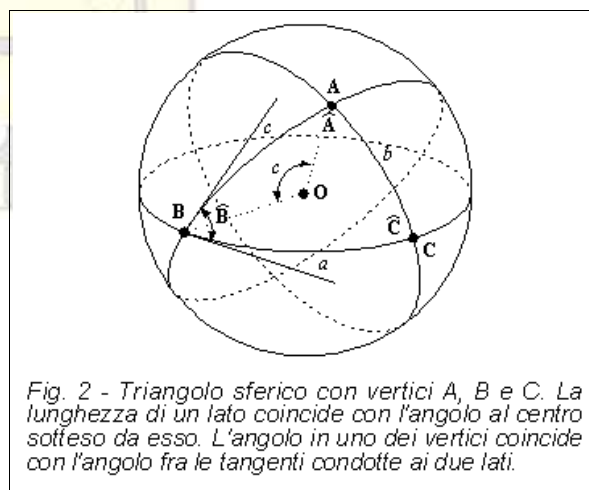


Fig. 2 - Triangolo sferico con vertici A, B e C. La lunghezza di un lato coincide con l'angolo al centro sotteso da esso. L'angolo in uno dei vertici coincide con l'angolo fra le tangenti condotte ai due lati.

³³ Mazzitelli, pp. 91-92.

³⁴ «Tensor calculus was developed around 1890 by Gregorio Ricci-Curbastro under the title absolute differential calculus, and was made accessible to many mathematicians by the publication of Tullio Levi-Civita's 1900 classic text of the same name. In the 20th century, the subject came to be known as tensor analysis, and achieved broader acceptance with the introduction of Einstein's theory of general relativity, around 1915. General relativity is formulated completely in the language of tensors. Einstein had learned about them, with great difficulty, from the geometer Marcel Grossman or perhaps from Levi-Civita himself». (<http://www.multilingualarchive.com/ma/enwiki/en/Tensor>).

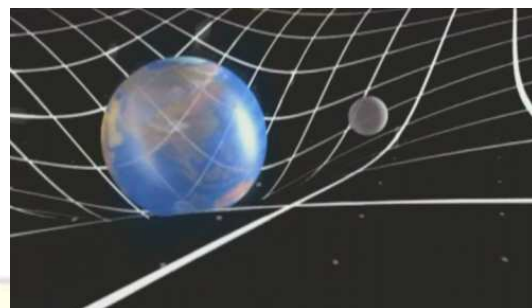
³⁵ Un *triangolo sferico* è un triangolo formato da archi di circonferenze massime su una sfera. L'*eccesso sferico* Δ è la differenza tra la somma degli angoli interni del triangolo sferico e un angolo piatto.

Basta quindi misurare di quanto la somma degli angoli interni superi un angolo piatto e dividere per questo l'area del triangolo sferico per ottenere il quadrato del raggio di curvatura³⁶.

La materia è la curvatura

La conoscenza della distribuzione di densità di materia³⁷ nello $s-t$ consente, via l'equazione di Einstein, di conoscere la curvatura della geometria dello $s-t$. Questo si presta all'*analogia* ben nota del foglio elastico che si curva per la presenza di masse. Un limite dell'analogia è che essa rimanda ad una legge fisica esterna allo spazio (il foglio) e più fondamentale: la gravitazione che attira le masse verso il basso; mentre nello $s-t$ non esiste una tale legge fisica esterna che spieghi la curvatura, ma la curvatura è la risposta dello $s-t$ alle masse: in altre parole:

la massa coincide con la curvatura.



Salvador Dalí, *Persistenza della memoria*, 1931, MOMA, New York. La più famosa opera del celebre pittore surrealista spagnolo potrebbe benissimo essere intitolata *La curvatura dello spaziotempo*, senonché «asked by Ilya Prigogine whether this was in fact the case, Dalí replied that the soft watches were not inspired by the theory of relativity, but by the surrealist perception of a Camembert cheese melting in the sun» [http://en.wikipedia.org/wiki/The_Persistence_of_Memory]

La curvatura condiziona la materia

Una particella di massa m reagisce alla curvatura seguendo $t.n.$ particolari. L'analogia prosegue osservando che una particella lanciata nel foglio segue traiettorie particolari che piegano con la curvatura. La debolezza dell'analogia è: una causa produce la curvatura e quindi la massa piega la sua traiettoria, ma per Einstein la causa coincide con l'effetto.

«One does not, at least at the present time, regard Einstein's equation as being a consequence of other, more fundamental things in physics. One does not think of the matter as being "pulled against the space-time geometry" (by some external mechanism); one does not think of the space-time geometry as "reacting to this pulling by adopting a curved configuration". Rather, one thinks of

³⁶ Nel III secolo aC Eratostene, supponendo la Terra sferica, ne trova il raggio "uscendo" dalle due dimensioni, utilizzando il Sole come punto esterno alla superficie terrestre (dello stesso secolo, il testo cinese Zhou Bi Suan Jing calcola con un metodo geometrico simile la distanza Terra-Sole supponendo la Terra piatta). Nel 1820 C.F. Gauss cerca di determinare il raggio terrestre rimanendo invece *nella* superficie e misurando l'eccesso sferico di un triangolo tra tre monti nella regione di Hannover. Il lato maggiore del triangolo era di 107 km, eppure non sufficiente ad apprezzarne l'eccesso sferico.

³⁷ Materia ed energia, naturalmente.

Einstein's equation as being the fundamental thing all by itself. The equation asserts by fiat that a distribution of matter requires a certain curvature in the space-time geometry.³⁸»

La curvatura è una specie di intermediario tra i due corpi. Einstein direbbe che ogni massa reagisce alla curvatura dell'altra e si vengono incontro, Newton che c'è una forza che le attira.

«One could say, if one likes, that some sort of force causes the two steel balls to attract each other and that they come together as a result of this attraction. One could also say it as follows: Each ball causes curvature in the rubber sheet. Each ball reacts to the curvature of the other ball. The result is that, under this intermediary of curvature, the two balls come together. Now, the first version above ("The balls just attract each other") is analogous to Newton's law of gravitation. There, no "mechanism" for this attractive gravitational force is provided; one simply asserts its existence. The second version is analogous to relativity. One "explains" gravitation as an effect due to the causing and reaction to curvature in the space-time geometry. (Of course, one does not "explain" Einstein's equation. But the basic constituents of a physical theory are never "explained"; they just sit there asserting things, waiting for the next theory.)³⁹»

La relatività generale dunque "si impadronisce del traliccio ($s-t$) e lo deforma". Esempi famosi di deformazione sono la velocità di espansione dell'Universo scoperta da Hubble nel 1929 e la sua accelerazione, osservata negli ultimi anni del secolo.

Ma la deformazione più comune e nota è ciò che chiamiamo campo gravitazionale: una massa si comporta come un pozzo, un assorbitore di spaziotempo.

Un oggetto libero - con energia totale nulla - nella teoria classica della gravità possiede una velocità particolare, la velocità di fuga⁴⁰:

$$E_{tot}=0 \quad \frac{1}{2}mv_{fuga}^2 - \frac{GMm}{r^2} = 0 \quad v_{fuga} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Se la deriviamo rispetto al tempo:

$$a = \frac{dv_{fuga}}{dt} = \frac{dv_{fuga}}{dr} \frac{dr}{dt} = -\frac{GM}{r^2} = -g$$

Il campo gravitazionale di una massa può essere assimilato a un flusso di spaziotempo che converge nella massa M muovendosi in ogni punto con la velocità di fuga e che trasporta i corpi con l'accelerazione g locale.

Chi si oppone al flusso di $s-t$ può farlo usando una forza esterna: una forza del pavimento pari a circa $700 N$ mantiene fermo un uomo di $70 kg$ nella corrente di $s-t$ che lo farebbe accelerare a $9.8 m/s^2$ verso il basso (rispetto a noi fermi sul pavimento).

Un esempio notevole di questo flusso è rappresentato dal bordo di un buco nero (l'orizzonte degli eventi di Schwarzschild⁴¹): qui un volumetto di $s-t$ contenente un fotone che sale

³⁸ Geroch, p. 176.

³⁹ Geroch, pp. 181-182.

⁴⁰ L'espressione vale per $r \geq R$ dove R è il raggio della massa. La velocità di fuga vale $11.2 km/s$ sulla superficie terrestre e $620 km/s$ su quella del Sole.

⁴¹ Karl Schwarzschild fu il primo a trovare una soluzione dell'equazione di Einstein, una metrica dello spazio intorno a un'intensa massa gravitazionale sferica. «Malgrado fosse non più giovanissimo, e detenesse un incarico scientifico importante, il nostro - che era un matematico di grandi capacità - partì volontario [nella guerra del '14-'18, come patriota prussiano]. In trincea, tra un attacco alla baionetta e un cannoneg-

verso l'alto è risucchiato a velocità c verso il basso (rispetto a noi) e la luce, pur viaggiando a velocità c verso l'alto (rispetto al volumetto), non riesce, come è noto, a risalire e ci appare ferma sul bordo⁴².

La soluzione di Schwarzschild

La prima soluzione trovata per l'equazione di Einstein riguarda il campo a distanza r da una massa m . Considerando il problema in un piano contenente m , per la descrizione si prestano meglio le coordinate polari (r, θ) con il polo O nel centro della massa. Se consideriamo due punti abbastanza vicini A e B , la loro distanza spaziale vale $dl^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2$, mentre l'intervallo (invariante della relatività ristretta e dunque in assenza di massa) vale:

$$ds^2 = dt^2 - dl^2 = dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2$$

Schwarzschild dimostrò che l'equazione di Einstein conduceva al seguente intervallo invariante⁴³ quando in O è presente la massa m :

$$ds^2 = \frac{dt^2}{\gamma^2} - \gamma^2 dr^2 - r^2 d\theta^2 \quad \text{con } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2Gm}{r}}}$$

Il fattore γ è analogo all'omonimo della relatività ristretta, se si pensa che a distanza r :

$$v_{fuga} = \sqrt{\frac{2Gm}{r}} = v_{spaziotempo} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v_{s-t}^2}} \geq 1$$

Il fattore γ è praticamente uguale a 1 sulla superficie terrestre, vale 1.000002 su quella del Sole e 1.2 su quella di una stella di neutroni. Quindi intorno alla Terra e al Sole è sostanzialmente corretto trascurare la curvatura dello spazio considerandolo piano.

Contrazione dei regoli

Nella geometria di Schwarzschild prendiamo dunque un regolo disposto radialmente a distanza r dalla massa. Il regolo è fermo rispetto a noi e la misura può essere fatta sui due estremi simultaneamente, dunque $\Delta t = 0$, e poiché il regolo è disposto radialmente $\Delta \theta = 0$, quindi:

$$\Delta s^2 = -\gamma^2 \Delta r^2$$

giamento, c'erano anche lunghe pause, e durante queste il povero Karl (vedremo tra un attimo perché "povero") si diletta a cercare soluzioni alle nuovissime equazioni gravitazionali. Ne trovò infatti una, valevole per un corpo la cui massa fosse tutta concentrata in un unico punto, e la inviò ad Einstein. Quest'ultimo si meravigliò molto che, in così poco tempo, qualcuno fosse riuscito a risolvere, sia pure in un caso relativamente semplice, delle equazioni che a lui stesso sembravano formidabili, e di cui non avrebbe giurato che potesse esistere qualche semplice soluzione analitica. In effetti, la "soluzione di Schwarzschild" (così si chiama tuttora) era ingannevolmente semplice, ma nascondeva una serie di concetti che furono chiariti completamente solo nel giro di diversi anni. Nel frattempo, l'amico Karl si era buscato una setticemia, e prima della fine del 1916 era passato a miglior vita» (Mazzitelli, p. 97).

⁴² Bordo che peraltro ci appare raggiunto dal volumetto in un tempo infinito. È fondamentale osservare che la velocità dello $s-t$ non è una velocità ordinaria e non soddisfa la legge relativistica di composizione delle velocità, ma segue la legge classica, per cui la velocità della luce del volumetto rispetto a un osservatore O fermo con la massa vale: $v_{luce/O} = v_{luce/volumetto} + v_{volumetto/O} = c_{luce} - c_{s-t} = 0$.

⁴³ L'intervallo definisce la metrica non più pseudoeuclidea per uno spazio che non è più piano.

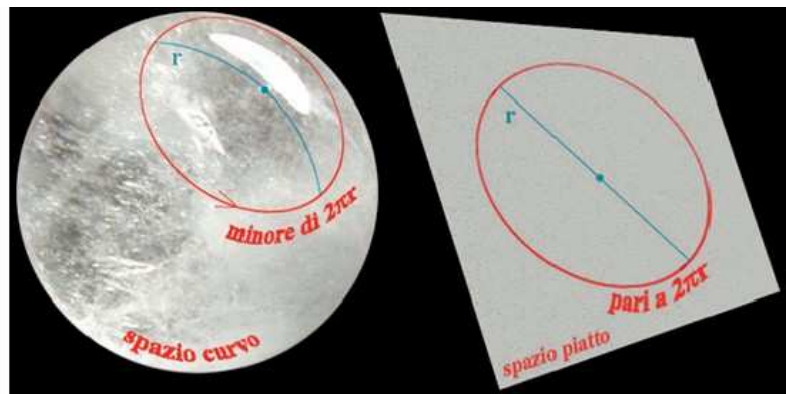
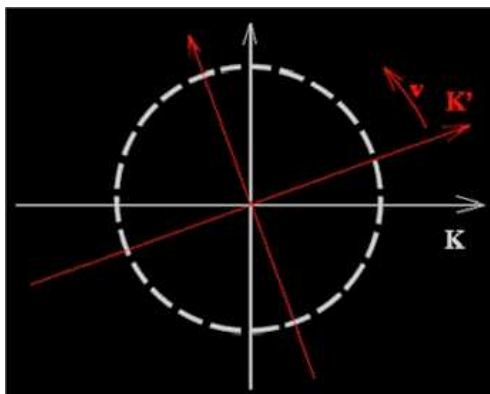
Se portiamo il regolo a distanza r molto grande dove lo spazio è piatto, troviamo che $\Delta s = \Delta r$ è la *lunghezza propria* (definita come la lunghezza che misureremmo se lo spazio, in assenza di massa, fosse piatto)⁴⁴. L'intervallo Δs è invariante e se ora portiamo il regolo nel campo gravitazionale a distanza r dalla massa misuriamo una sua lunghezza Δr minore di quella propria: $\Delta r = \frac{\Delta s}{\gamma} < \Delta s$. L'osservatore esterno vede il regolo contrarsi.

Se la misura viene fatta su un regolo disposto tangenzialmente, avremo $\Delta t = 0$, $\Delta r = 0$, $\Delta s = r \Delta \theta$ e quindi anche l'osservatore esterno misurerà la lunghezza $r \Delta \theta$ del regolo uguale alla sua lunghezza propria Δs .

I regoli nei campi gravitazionali si contraggono nella direzione del campo.

Si può capire il risultato trovato anche utilizzando il principio di equivalenza: un campo gravitazionale è analogo a un campo inerziale. In figura sotto a sinistra, l'osservatore K dispone dei regoli (bianchi) a formare una circonferenza di centro O dove sta l'osservatore K' non inerziale in moto circolare uniforme. K' vede i regoli di K contrarsi secondo il fattore γ della relatività speciale, non così per quelli che K potrebbe disporre sul diametro della circonferenza (perpendicolari alla loro velocità secondo K'), e dunque K' misura un valore di π minore del valore standard misurato da K .

Per il principio di equivalenza il punto di vista di K' è lo stesso di un osservatore fermo in presenza di una massa (punto blu) posta nel centro della circonferenza nella figura sotto a destra⁴⁵. La massa produce un rapporto tra circonferenza e diametro minore di π , spiegato con la curvatura dello spazio e con l'uso della geometria ellittica. È irrilevante qui che si sia contratta la circonferenza o che si sia dilatato il diametro (come accade nell'analogia dello spazio = foglio elastico deformato dalla massa appoggiata).



⁴⁴ Il segno meno significa solo che siamo in un intervallo di tipo spaziale.

⁴⁵ A parte il verso del campo di forze percepito.

Così come è irrilevante che si sia dilatato il diametro o che si siano accorciati i regoli che passano vicino alla massa. Si tratta di modi di descrivere lo stesso fenomeno, la *curvatura positiva* dello spazio nel campo gravitazionale/inerziale⁴⁶.

Il valore di π

Una conseguenza è la valutazione di π come rapporto tra circonferenza e diametro. Se prendiamo una circonferenza su un piano verticale (passante per il centro della massa) il valore di π dipende da quale diametro scegliamo: il diametro orizzontale (tangenziale, perpendicolare al campo) non risulta modificato e darà un valore di π maggiore di quello derivato dal diametro verticale che ha una misura maggiore di quella propria (il regolo verticale che lo misura si è accorciato).

Nel caso di una circonferenza concentrica con la massa, qualsiasi diametro risulterà allungato, poiché in ogni direzione radiale i regoli sono più corti e il valore di π risulterà sempre minore del suo valore proprio (nello spazio piano senza sorgenti).

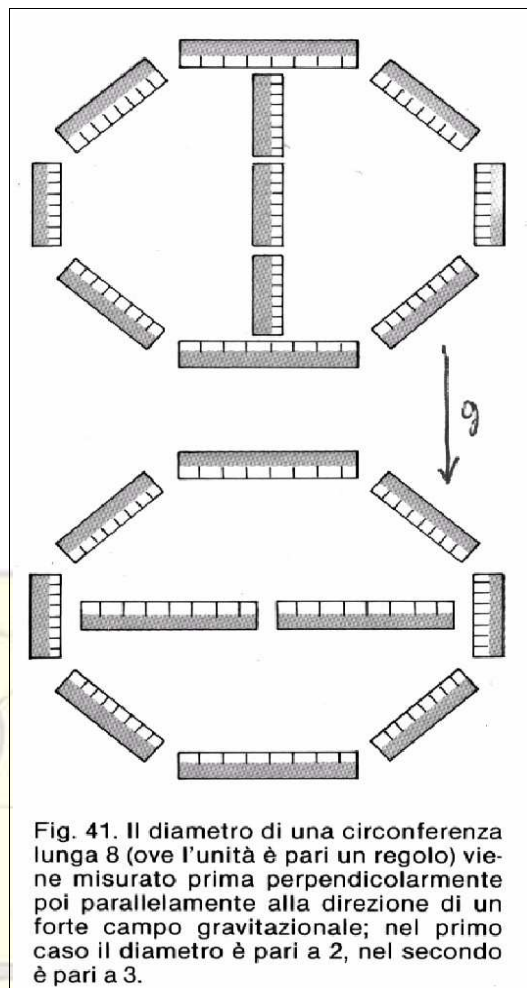


Fig. 41. Il diametro di una circonferenza lunga 8 (ove l'unità è pari un regolo) viene misurato prima perpendicolarmente poi parallelamente alla direzione di un forte campo gravitazionale; nel primo caso il diametro è pari a 2, nel secondo è pari a 3.

Dilatazione dei tempi. Red shift gravitazionale

Consideriamo l'intervallo Δs tra due eventi che avvengono nello stesso punto in tempi diversi. Per ogni osservatore abbiamo $\Delta r = 0$, $\Delta \theta = 0$,

$$\Delta s^2 = \frac{\Delta t^2}{\gamma^2} \text{ e quindi la durata tra i due eventi sarà}$$

$\Delta t = \gamma \Delta s > \Delta s$ dove Δs è la *durata propria*, misurata nello spazio piatto e Δt è la misura della durata dell'evento nel campo gravitazionale fatta da un osservatore esterno al campo.

La durata potrebbe essere il "tic" di un orologio (atomico) che misura il tempo dell'osservatore O vicino alla massa. L'osservatore lontano O' troverà che la durata di quel tic è maggiore e riterrà che l'orologio di O sia più lento. Troverà cioè che le oscillazioni del cesio che scandiscono il tempo nell'orologio atomico di O sono più lente e dunque che la frequenza f della radiazione emessa dall'atomo di cesio di O è minore di quella f_0 emessa dal suo atomo di cesio lontano dalla massa: $f = \frac{f_0}{\gamma}$. È il *red shift gravitazionale*.

Gli orologi nei campi gravitazionali rallentano.

Un diverso approccio più elementare ma sostanzialmente corretto prende lo spunto dall'energia richiesta a un'onda elettromagnetica per risalire in un campo gravitazionale. Dalla teoria della relatività speciale e dai primi risultati della fisica quantistica, recanti entrambi la

⁴⁶ La verifica sperimentale è stata eseguita nel 1965 da I. Shapiro che ha misurato il ritardo di segnali radar inviati dalla Terra a Venere e ritorno quando il segnale passa vicino al Sole. Il ritardo è dovuto in misura uguale alla dilatazione del percorso (regolo contratto, lunghezza misurata maggiore) e al ritardo gravitazionale degli orologi in vicinanza del Sole.

firma di Einstein, i quanti di luce hanno energia hf e massa relativistica⁴⁷ hf/c^2 . Dunque in un campo gravitazionale uniforme come quello in prossimità della superficie terrestre, allontanandosi di d verso l'alto perdono un'energia ΔE pari al lavoro necessario mgd , per risalire il campo; ma la loro energia è la frequenza e dunque hanno una diminuzione di frequenza Δf . Se f rappresenta la frequenza del fotone (emesso in basso) così come misurata all'arrivo in alto (cioè diminuita) e f_0 è la frequenza corretta misurata in alto su atomi uguali⁴⁸:

$$\Delta E = h \Delta f = -mgd = -\frac{hf_0}{c^2}gd \quad f = f_0\left(1 - \frac{gd}{c^2}\right)$$

Un fotone γ emesso in basso (A) che sale verso l'alto (B) arriverà con una frequenza minore (minore di quella del medesimo γ emesso dal campione in B) e dunque con una lunghezza d'onda maggiore (la velocità $c = \lambda f$ è invariante):

$$f_A < f_B \quad \lambda_A > \lambda_B$$

Poiché nel percorso non possono essere scomparse "creste d'onda" ogni segnale che viaggia da A verso B porta l'informazione di un tempo che scorre diversamente, l'interpretazione corretta è che il tempo in A scorre più lentamente che in B di un fattore gd/c^2 .

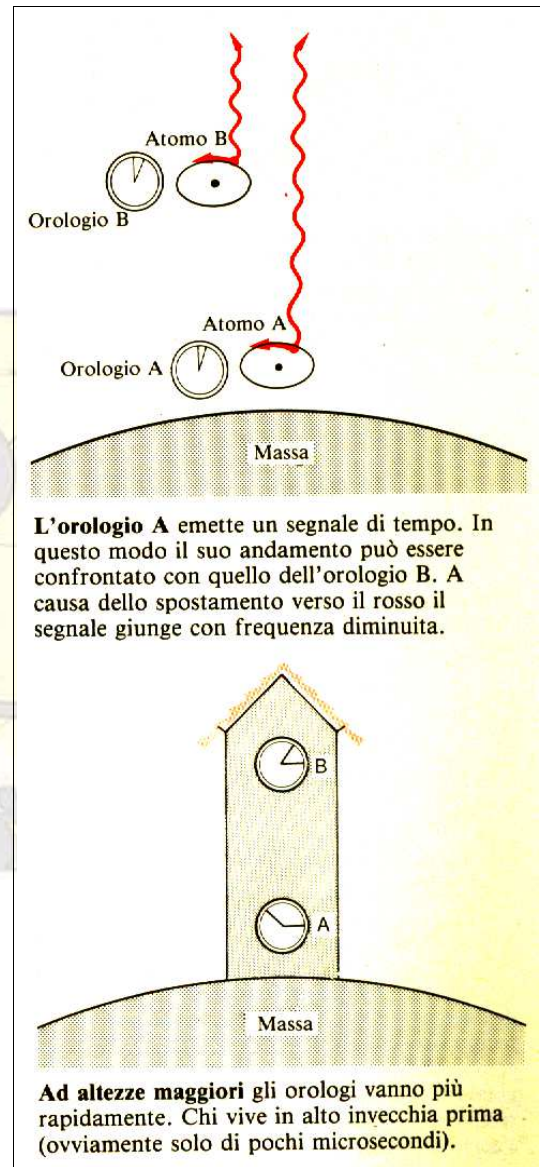
Uno stesso fenomeno sarà giudicato di durate T_B e T_A , rispettivamente dall'osservatore B in alto e A in basso, in modo tale che⁴⁹:

$$T_A = T_B\left(1 - \frac{gd}{c^2}\right) < T_B$$

Se ci spostiamo su distanze dalla superficie terrestre ancora maggiori di quelle di un aereo di linea e consideriamo la radiazione emessa dal Sole verso la Terra, occorre usare la forma corretta del lavoro per portare la massa di un fotone dalla superficie solare verso la Terra⁵⁰. Se f rappresenta la frequenza della radiazione emessa dal Sole come misurata all'arrivo sulla Terra ed f_0 la frequenza della radiazione emessa dallo stesso tipo di atomi sulla Terra e dunque lontano dalla massa solare⁵¹:

$$\Delta E = h \Delta f = -\frac{GMm}{R} = -\frac{GM}{R} \frac{hf_0}{c^2}$$

$$f = f_0\left(1 - \frac{GM}{Rc^2}\right)$$



⁴⁷ Pur senza commettere errore, in questo paragrafo torniamo a mettere in evidenza c per ritrovare più facilmente le note relazioni della fisica dei fotoni.

⁴⁸ Nel 1959 R. Pound e il suo studente G.A. Rebka fecero salire o scendere la radiazione γ emessa da un campione di Fe^{57} lungo una torre di 22 m all'Università di Harvard ($gd/c^2 \approx 2.45 \cdot 10^{-15}$).

⁴⁹ Nel 1971, a Washington, J.C. Hafele e R.E. Keating misurarono il ritardo di due orologi atomici al Cesio che erano stati trasportati in volo intorno al globo su aerei di linea in versi di rotazione opposti. I dati confermarono il ritardo dovuto alla somma algebrica dei contributi cinematico della relatività speciale e gravitazionale della relatività generale.

⁵⁰ Considerata a distanza infinita (200 volte il raggio solare). Il fattore GM/Rc^2 vale $2.1 \cdot 10^{-6}$.

La deviazione gravitazionale della luce

Newton l'aveva detto: i corpuscoli luminosi devono piegare, seppur poco a causa dell'elevata velocità, nel campo gravitazionale. La rifrazione è l'aspetto più evidente del fenomeno, ma la spiegazione newtoniana era sbagliata⁵².

Con la riacquisizione della massa (hf/c^2) da parte dei fotoni, la luce si è ritrovata soggetta alla gravità. Nell'ascensore di Einstein, in un percorso orizzontale di 1 m, un raggio di luce perde quota per circa 10^{-15} m. Nello spazio interstellare, un raggio di luce che passi vicino a una stella come il Sole curverà in maniera misurabile⁵³.

Il futuro della teoria

Previsioni e conferme della teoria richiedono grandi volumi spaziotemporali, per cui il luogo di elezione è presto divenuto l'astrofisica⁵⁴, nelle due direzioni in cui è più notevole la curvatura dello $s-t$: nello spazio, intorno a quelle stelle particolarmente massicce che sono nella fase di buco nero; nel tempo, nei primi secondi dal Big Bang.

Oggi la sede del confronto più critico e fertile con la teoria è la cosmologia, nella quale lo studio del primo secondo di vita dell'Universo ha reso manifesta l'incompatibilità tra la nostra migliore teoria del macrocosmo, la relatività, e la migliore descrizione che abbiamo del microcosmo rappresentata dalla meccanica quantistica.

La comprensione di quel secondo, invisibile oggi agli occhi dei nostri strumenti più precisi⁵⁵, avviene in due modi che devono concordare.

Da una parte comprendiamo quell'istante ricostruendo quasi 14 miliardi di anni della storia dell'Universo a ritroso con l'uso dei modelli relativistici, i quali altro non sono che vecchie e nuove soluzioni dell'equazione di Einstein.

D'altra parte la densità di materia e la densità di energia erano così grandi in quell'istante che la fisica ordinaria non sa descriverle senza una maggiore conoscenza dei modelli quantistici in situazioni critiche di quel genere in cui tutte le forze che conosciamo sembra fossero unificate in un'unica interazione primordiale. Qui la fisica dei grandi acceleratori e delle alte energie si propone come il luogo della verifica dei modelli ipotizzati: l'unificazione elettrodebole è già stata osservata; la prossima dovrebbe essere quella della forza elettrodebole con

⁵¹ L'espressione è analoga a quella trovata con gli intervalli $f = \frac{f_0}{\gamma}$ se si utilizza l'approssimazione di Taylor: $\sqrt{1 - 2 \frac{GM}{Rc^2}} \approx 1 - \frac{GM}{Rc^2}$.

⁵² La spiegazione ad esempio prevedeva che la luce viaggiasse più veloce nell'acqua che nell'aria.

⁵³ È stata la prima verifica storica della relatività, tre anni e mezzo dopo la pubblicazione di Einstein, condotta da due diverse spedizioni coordinate da A. Eddington, durante un'eclisse di Sole del 1919, nell'isola Principe, al largo della Guinea Spagnola, e a Sobral in Brasile. Fu fotografata l'immagine di una stella posta dietro il Sole e che si rendeva visibile per effetto della curvatura della sua luce nel passaggio vicino al Sole.

⁵⁴ Già nel 1917 Einstein applicò la teoria all'Universo, introducendo la novità della *costante cosmologica* per descrivere un Universo omogeneo, isotropo e soprattutto statico, come pareva dovesse essere ad inizio secolo. Quella costante che Einstein chiamò il suo più grande errore è stata ripresa dai cosmologi moderni per interpretare l'*energia del vuoto* e con essa l'inattesa accelerazione dell'espansione dell'Universo osservata negli ultimi anni del secolo scorso.

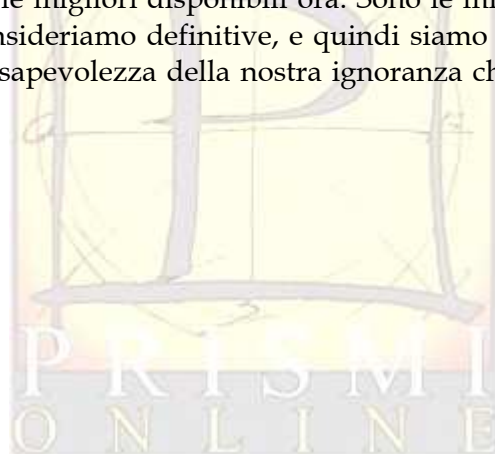
⁵⁵ La "barriera di fuoco" (firewall) che termina quando nell'Universo, all'età di 380.000 anni, la radiazione inizia a separarsi dalle particelle, appare un muro impenetrabile ai nostri strumenti puntati sul cielo e sul passato lontani.

la *forza di colore* (responsabile dell'interazione "nucleare forte") prevista dalle "teorie di grande unificazione" (GUT).

Solo una sinergia delle due più spettacolari e geniali invenzioni umane del XX secolo potrà consentirci un quadro più preciso di quello sconcertante secondo, ma probabilmente includerà un loro adeguamento, se non una nuova rivoluzione. Qui sta il valore culturale dell'impresa scientifica, non solo nell'essere una creazione dell'ingegno umano al pari di una poesia, un dipinto o un trio musicale, ma nel rappresentare la migliore risposta alla comprensione del "mondo là fuori". E subito dopo tentare incessantemente di falsificarla.

«Ma allora, se non siamo mai sicuri di nulla, come possiamo fare affidamento su quello che ci racconta la scienza del mondo? La domanda è legittima, e la risposta è semplice. La scienza, non è affidabile perché ci dà delle risposte certe. È affidabile perché in ogni momento ci fornisce le migliori risposte che abbiamo. Le migliori risposte trovate fino ad ora. La scienza rispecchia il meglio che sappiamo sui problemi che affronta. Ed è proprio la sua apertura a imparare sempre, a rimettere in discussione il sapere, che ci garantisce che le risposte che ci offre sono le migliori che ci sono: perché se si trovano risposte migliori, queste nuove risposte diventano la scienza. Quando Einstein, trovando delle risposte migliori, ha mostrato che Newton sbagliava, non ha rimesso in discussione la capacità della scienza di dare le migliori risposte possibili: al contrario, non ha fatto che riaffermare questa capacità.

Le risposte della scienza quindi, non sono affidabili perché sono definitive. Sono affidabili perché sono le migliori disponibili ora. Sono le migliori che abbiamo proprio perché non le consideriamo definitive, e quindi siamo sempre aperti a migliorarle. È proprio la consapevolezza della nostra ignoranza che dà alla scienza la sua grande affidabilità.⁵⁶»



Ho sempre subito il fascino della teoria generale della relatività - sospetto abbia a che fare con il mio faticoso rapporto col tempo - e ho invidiato i miei ex studenti che hanno seguito il corso di "Generale": quel corso non era obbligatorio per chi optava con me per l'indirizzo nucleare e così restavi con quella preparazione di superficie da manuale di Fisica 1 sulla sola relatività speciale.

Un giorno, uno di questi ex allievi ha cercato di spiegarmi dove risieda il nodo di complessità della teoria. Salvo subito dopo - certo per farsi perdonare - suggerirmi la straordinaria lettura di Robert Geroch e il chiarissimo testo classico di David Morin che mi hanno accompagnato, da profano di quella matematica, un po' più vicino al cuore della teoria, da me visitato nel più profondo rispetto della mia consumata deformazione professionale, quella di accontentarsi di una divulgazione accessibile.

⁵⁶ Rovelli, p. 216.

BIBLIOGRAFIA

- AA.VV., *Conferenze di fisica dai Corsi di aggiornamento per gli insegnanti delle scuole secondarie presso il Museo della Scienza e della Tecnica di Milano (1963/66)*, 2 voll, Feltrinelli, Milano 1967
- Bergmann Peter G., *Relatività generale e cosmologia. L'enigma della gravitazione*, Mondadori, Milano 1969
- Caldirola P., Casati G., Tealdi F., *Corso di fisica per i licei scientifici*, Ghisetti e Corvi, Milano 1986
- Eddington Arthur S., *Spazio, tempo e gravitazione*, Boringhieri, Torino 1971
- Geroch Robert, *General Relativity from A to B*, The University of Chicago Press, Chicago 1978
- Jammer Max, *Storia del concetto di spazio*, Feltrinelli, Milano 1963
- Jones M.H., Lambourne R.J.A., *An Introduction to Galaxies and Cosmology*, Cambridge U.P., Cambridge 2003
- Mach Ernst, *La meccanica nel suo sviluppo storico-critico*, Boringhieri, Torino 1992.
- Mazzitelli Italo, *Tutti gli universi possibili e altri ancora*, Liguori, Napoli 2002
- Morin David, *Introductory Classical Mechanics*, David Morin, Harvard University 2003
- Rovelli Carlo, *L'universo, lo spazio, il tempo*, nella raccolta *Qualcosa di grandioso*, Dalai, Milano 2011
- Sciama Dennis W., *La relatività generale. Fondamenti fisici della teoria*, Zanichelli, Bologna 1972